ЛИТЕРАТУРА

1. Nabben R., Varga R. S. *Generalized ultrametric matrices - A class of inverse M-matrices*// Linear Algebra Appl. - 1995. - V. 220. - P. 365-390.

2. Fiedler M. *Special ultrametric matrices and graphs*//SIAM J. Matrix Anal. Appl. (to appear).

3. Alpin J., Mubarakzianow R. *The bases of weighted graphs*// Discrete Math. - 1997. - V. 175. - P. 1–11.

Ю. А. Альпин, В. С. Альпина (Казань)

ПЕРМАНЕНТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Пусть $\lambda_1, ..., \lambda_n$ — спектр комплексной матрицы A, причём $|\lambda_1| \geq ... \geq |\lambda_n|$. Обозначим символом $|A|$ матрицу, полученную заменой элементов A на их модули. Пусть $r_{i_1}, ..., r_{i_n}$ — невозрастающая последовательность строчных сумм матрицы $|A|$. Теорема Шнейдера [1] утверждает, что

$$|\lambda_1 ... \lambda_k| \leq r_{i_1} ... r_{i_k}, \qquad k = 1, ..., n.$$

Эти неравенства можно уточнить используя перманенты [2] подматриц A. Обозначим $A(\alpha)$ подматрицу, полученную из A вычёркиванием строк, номера которых не лежат в $\alpha \subseteq \{1, ..., n\}$.

Теорема 1. $|\lambda_1 ... \lambda_k| \leq \max_\alpha \mathrm{per}(|A(\alpha)|) \leq r_{i_1} ... r_{i_k}$, $k = 1, ..., n$, *где* α *пробегает* k*-подмножества множества* $\{1, ..., n\}$.

Применим теорему 1 к сопровождающей матрице многочлена $z^n + a_1 z^{n-1} + ... + a_n$. В этом случае перманенты вычисляются явно и их использование, сравнительно со строчными суммами, особенно эффективно.

Теорема 2. *Пусть* $i_1, ..., i_{n-1}$ — *такая перестановка индексов* $1, ..., n-1$, *что* $|a_{i_1}| \geq ... \geq |a_{i_{n-1}}|$. *Тогда*

$$|\lambda_1 ... \lambda_k| \leq \max(|a_{i_1}| + ... + |a_{i_k}| + 1, |a_n|), \qquad k = 1, ..., n-1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркус М., Минк Х. *Обзор по теории матриц и матричных неравенств.* – М.: Наука, 1971.

2. Минк Х. *Перманенты.* – М.: Мир, 1982.

В. А. Алякин (Самара)

РАЗЛОЖЕНИЕ В СМЫСЛЕ ХЬЮИТТА-ИОСИДА ИНДУКТИВНОГО ПРЕДЕЛА НАПРАВЛЕННОСТИ МЕР

В работе получено прямое доказательство теоремы о разложении индуктивного предела направленности мер в сумму локально счетно аддитивной меры и меры, не имеющей ненулевых счетно аддитивных минорант. Приводится явный вид мер, составляющих данное разложение.

Пусть R_i, $i \in (I, \leq)$ — неубывающая направленность колец подмножеств множества T, $R = \cup R_i$. Пусть $\mu_i : R_i \to [0; +\infty)$, $i \in I$, — ограниченная конечно аддитивная мера такая, что $\mu_k|_{R_i} = \mu_i$ для любого $k \geq i$. Следуя [1], меру $\mu : R \to [0; +\infty)$, $\mu = \cup \mu_i$, будем называть индуктивным пределом направленности (μ_i). По определению, если $E \in R$ и $E \in R_{i_0}$, то $\mu(E) = \mu_i(E)$ для всех $i \geq i_0$.

Меру μ, определенную на кольце $R = \cup R_i$, будем называть локально счетно аддитивной, если каждое ее сужение $\mu|_{R_i}$, $i \in I$, счетно аддитивно.

Положим

$$c\mu(E) = \lim_{i \in I} c\mu_i(E), \quad s\mu(E) = \mu(E) - c\mu(E), \quad E \in R.$$

Теорема. *Если каждая мера $\mu_i : R_i \to [0; +\infty)$ ограничена, то мера $\mu = \cup \mu_i$ имеет единственное разложение в сумму двух мер μ^1 и μ^2, где мера μ^1 локально счетно аддитивна, а мера μ^2 не имеет ненулевых локально счетно аддитивных минорант. При этом $\mu^1 = c\mu$ и $\mu^2 = s\mu$.*